



DIAGNOSTIQUE DE SYSTÈMES COMPLEXES AVEC MODÈLE ARX-LAGUERRE

HASSENE BEDOUI, KAMEL BEN OTHMAN

Mots clés : Diagnostic, ARX-Laguerre, Observateur, Single input single output (SISO), Fault detection and isolation (FDI).

Cette étude exploite le modèle ARX-Laguerre qui garantit une réduction paramétrique importante par rapport au modèle ARX tout en représentant des systèmes linéaires complexes. Le modèle ARX-Laguerre est utilisé pour assurer un diagnostic des systèmes affectés par des défauts d'actionneur et/ou de capteur. A partir de la représentation ARX-Laguerre, on vient de concevoir un observateur particulier, appelé bi-observateur, capable d'estimer les sorties de filtre de Laguerre $X(k)$ et par la suite utiliser les vecteurs estimés pour générer des signaux indicateurs de défauts appelés résidus. La particularité de la nouvelle structure d'observateur conçu (le bi-observateur) c'est qu'il assure, après détection de défaut, une isolation de défaut d'actionneur et de capteur. Le nouvel observateur est validé par un exemple illustratif à la fin du papier. On a montré la capacité du bi-observateur à détecter les défauts et à les localiser.

1. INTRODUCTION

Les méthodes de diagnostic à base de modèle sont développées pour diverses applications et revêtent différentes formes suivant la nature des applications envisagées. Par exemple, les modèles d'intelligence artificielle sont souvent à base de logique, les modèles pour les systèmes à événements discrets sont décrits par des représentations graphiques entre autres les réseaux de Petri, graphes d'événement *etc.* Le troisième type de modèles, relève du domaine des signaux et systèmes et implique des variables continues dans le domaine temporel continu ou discret [1]. Le modèle dans ce cas est donné par des équations différentielles (équations de récurrence pour les systèmes discrets), des fonctions de transfert et/ou des relations statiques [2].

Dans ce papier nous nous intéressons à des systèmes représentés par le troisième type de modèles évoqué, particulièrement par des systèmes représentés à l'aide de modèle ARX-Laguerre. Un modèle très peu exploité dans les travaux de recherches, vu que ce modèle est récent [3, 4]

En effet, la modélisation ARX-Laguerre, développée récemment par Bouzrara *et al.* en 2012 [4], garantit une réduction paramétrique importante par rapport au modèle ARX (autoregressive exogenous) tout en représentant des systèmes linéaires complexes de type single input single output (SISO). Les performances de ce nouveau modèle, par rapport au modèle classique, ont été validées dans divers travaux [3–6]. Pour plus d'informations sur les modèles ARX-Laguerre, le lecteur peut consulter les travaux de Bedoui *et al.* [7] Bouzrara *et al.* [3, 8, 9], Mbarek *et al.* [10], Dehmani *et al.* [6], El Anes *et al.* [11]

En partant de ce principe, on vient d'exploiter ce modèle pour des recherches en diagnostic avec une première étude publiée en décembre 2015 [7].

L'estimation d'état est largement utilisée en diagnostic. La comparaison entre les signaux obtenus à partir d'un système reflétant son comportement réel et les signaux générés par un observateur d'état, permet de détecter la présence des défauts. Généralement, les signaux indicateurs de défauts, appelés résidus, sont calculés à partir de la différence entre les mesures sur le système et les grandeurs générées par l'observateur. Le résidu est nul en l'absence de défauts, et il s'en éloigne dans le cas où un défaut affecte le système.

Dans [7], nous avons conçu un observateur proportionnel capable d'estimer les sorties du filtre de Laguerre $X(k)$. La solution proposée dans [7] est capable de détecter les défauts affectant le modèle, mais elle n'est pas capable de les localiser. En effet, l'utilisation d'un observateur unique pour le diagnostic ne permet pas de juger si le défaut affecte les entrées ou bien les sorties. Pour cela, on propose dans ce papier une nouvelle structure d'observateur composé de deux sous observateurs, qu'on l'appelle un bi-observateur, dont l'intérêt est que chaque sous-observateur soit sensible à un ensemble de défauts et non à leur totalité. Cette nouvelle structure d'observateur permet d'isoler les défauts d'actionneur et/ou de capteur tout en exploitant le modèle ARX-Laguerre.

Le travail est organisé comme suit : la deuxième section présente le principe et la structure du modèle ARX-Laguerre ainsi que les modifications apportées pour assurer une décomposition du modèle pour l'exploiter dans la troisième partie du travail afin de synthétiser un observateur particulier appelé bi-observateur. Le principe et la structure de cet observateur sont détaillés dans la troisième section suivie par une étude pour améliorer les performances du bi-observateur. La génération des résidus à base de bi-observateur, afin de réaliser la détection et la localisation des défauts – fault detection and isolation (FDI) – est traitée dans la quatrième section. A la fin du papier, un exemple illustratif exploitant le modèle ARX-Laguerre et le bi-observateur est traité afin de valider notre étude.

2. MODÈLE ARX-LAGUERRE

Pour la représentation des systèmes complexes (systèmes oscillants à dynamiques éloignées), le modèle nécessite un nombre de paramètres élevé. Par suite, afin de s'affranchir de ce handicap tout en utilisant les fonctions orthogonales de Laguerre, les auteurs Bouzrara *et al.* [4, 8] ont exploité le principe de filtrage de l'entrée pour l'étendre et le généraliser pour le filtrage de l'entrée et de la sortie du modèle ARX. Ce dernier permet la représentation des systèmes complexes donc les auteurs Bouzrara *et al.* [4, 8] ont proposé son développement sur deux bases indépendantes de Laguerre. Cette solution produit la modélisation linéaire ARX-Laguerre qui est une combinaison linéaire des filtres d'entrées et des filtres de sorties. Cette priorité importante de la nouvelle

représentation est intéressante pour son exploitation dans le diagnostic des systèmes complexes à base d'observateurs proportionnels. Avant d'aborder cette étude dans la section suivante, il est important d'appréhender et d'adapter la représentation ARX-Laguerre pour l'exploiter en diagnostic.

Soit la représentation récursive suivante du modèle ARX-Laguerre [4, 8] :

$$\begin{cases} \mathbf{X}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{X}(k) + \mathbf{b}_a \mathbf{y}(k) + \mathbf{b}_b \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{c}^T \mathbf{X}(k) \end{cases} \quad (1)$$

tels que :

- $\mathbf{X} \in \mathfrak{R}^M$ vecteur des sorties des filtres de Laguerre;
- $\mathbf{A} \in \mathfrak{R}^{M \times M}$ est une matrice carrée diagonale de dimension $M = Na + Nb$, avec Na et Nb représentant l'ordre de troncature du modèle ARX ce qui correspond au nombre de paramètres engagés dans le modèle ARX-Laguerre [4, 8];
- $\mathbf{u}(k) \in \mathfrak{R}$ et $\mathbf{y}(k) \in \mathfrak{R}$ l'entrée et la sortie du système;
- $\mathbf{b}_a \in \mathfrak{R}^M$ et $\mathbf{b}_b \in \mathfrak{R}^M$ sont deux vecteurs colonnes;
- $\mathbf{c}^T \in \mathfrak{R}^M$ vecteur de paramètres du modèle ARX-Laguerre;
- M est le nombre des paramètres du modèle ARX-Laguerre.

La représentation (1) peut être décomposée de la manière suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{X}_y(k+1) = \mathbf{A}_y \mathbf{X}_y(k) + \mathbf{b}_y \mathbf{y}(k) \\ \mathbf{X}_u(k+1) = \mathbf{A}_u \mathbf{X}_u(k) + \mathbf{b}_u \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{y}_y(k) = \mathbf{c}_y^T \mathbf{X}_y(k) \\ \mathbf{y}_u(k) = \mathbf{c}_u^T \mathbf{X}_u(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{y}_y(k) + \mathbf{y}_u(k), \end{cases} \quad (2)$$

tels que $\mathbf{A}_y, \mathbf{A}_u$ sont des matrices composantes de la matrice \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \text{blocdiag} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_y & \mathbf{0}_{Na, Nb} \\ \mathbf{0}_{Nb, Na} & \mathbf{A}_u \end{bmatrix} \quad (3)$$

telles que $\mathbf{0}_{Na, Nb}$ et $\mathbf{0}_{Nb, Na}$ sont deux matrices nulles de dimensions $(Na \times Nb)$ et $(Nb \times Na)$ respectivement et $\mathbf{A}_y, \mathbf{A}_u$ sont deux matrices carrées de dimension Na et Nb respectivement.

\mathbf{b}_y et \mathbf{b}_u sont deux vecteurs colonnes de dimension Na et Nb telle que :

$$\mathbf{b}_y = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_a \\ \mathbf{0}_{Nb, 1} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{b}_u = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Na, 1} \\ \mathbf{b}_b \end{bmatrix} \quad (4)$$

où $\mathbf{0}_{Nb, 1}$ et $\mathbf{0}_{Na, 1}$ sont deux vecteurs colonnes nuls de dimensions Na et Nb respectivement.

$\mathbf{c}_y^T, \mathbf{c}_u^T$ représentent la décomposition du vecteur \mathbf{c}^T telle que $\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_y^T & \mathbf{c}_u^T \end{bmatrix}$ avec :

$$\mathbf{c}_y^T = [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_N^T], \quad (5)$$

$$\mathbf{c}_u^T = [\mathbf{c}_{N+1}^T, \mathbf{c}_{N+2}^T, \dots, \mathbf{c}_{2N}^T], \quad (6)$$

avec N est l'ordre de tronçonnage du modèle ARX-Laguerre $M = 2N$.

De même pour le vecteur des sorties du filtre de Laguerre $\mathbf{X}(k)$ et le vecteur de la sortie du modèle ARX-Laguerre $\mathbf{y}(k)$, sont décomposés respectivement en deux sous vecteurs telle que :

$$\mathbf{X}_y = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{X}_u = [\mathbf{X}_{N+1}, \mathbf{X}_{N+2}, \dots, \mathbf{X}_{2N}]^T \quad (8)$$

$$\mathbf{y}_y = [\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_N]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{y}_u = [\mathbf{y}_{N+1}, \mathbf{y}_{N+2}, \dots, \mathbf{y}_{2N}]^T \quad (10)$$

D'après la relation (2), le modèle ARX-Laguerre peut être schématisé comme dans Fig. 1.

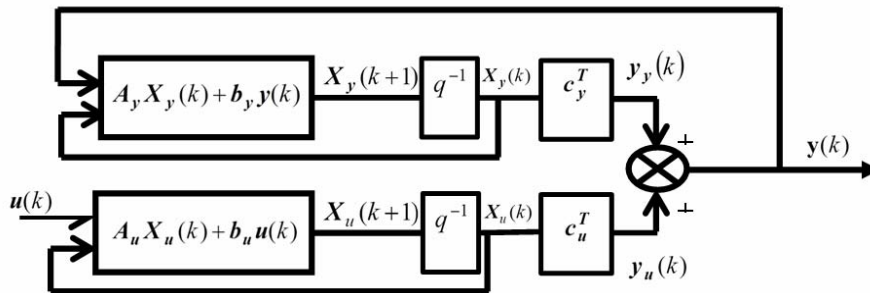


Fig. 1– Structure d'un modèle ARX-Laguerre.

3. SYNTHÈSE D'UN BI-OBSERVATEUR ARX-LAGUERRE

3.1. PRINCIPE

La construction d'un observateur unique pour le modèle ARX-Laguerre permet de détecter les défauts qui affectent le système, mais demeure incapable de les isoler. Les défauts peuvent affecter les actionneurs et/ou les capteurs

du système. Pour assurer la localisation des défauts, une structure à doubles observateurs (nommée bi-observateur) est utilisée. L'intérêt de cette structure est que chaque sous-observateur soit sensible à un ensemble de défauts et non à leur totalité. Cette structure permet de localiser les défauts qui affectent la sortie et/ou l'entrée du modèle ARX (capteur et/ou actionneur). Le principe de détection et localisation des défauts par un bi-observateur peut être illustré par Fig. 2.

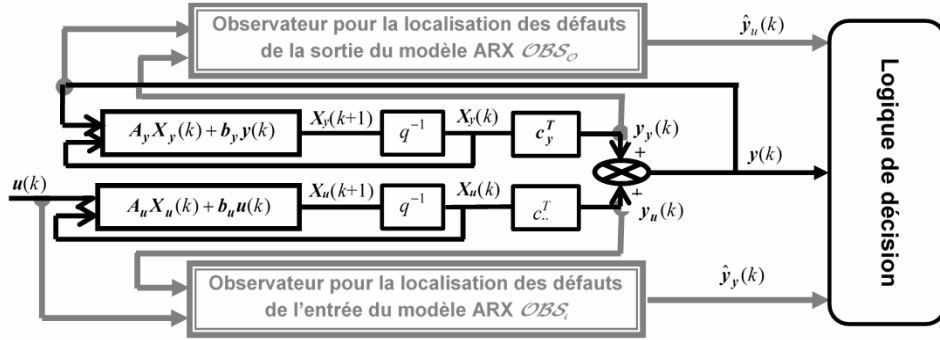


Fig. 2 – Structure d'un modèle ARX-Laguerre équipé par un bi-observateur.

3.2. CONCEPTION D'UN BI-OBSERVATEUR PROPORTIONNEL

À partir de la représentation (2), un bi-observateur, composé de deux sous-observateurs proportionnels, est proposé. Le premier sous-observateur est sensible aux défauts affectant la sortie du modèle ARX (capteur), le second détecte les défauts affectant l'entrée du modèle ARX (actionneur).

Le bi-observateur est proposé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_y(k+1) = A_y \hat{X}_y(k) + b_y \hat{y}(k) + \dots \\ \quad + L_y (y_y(k) - \hat{y}_y(k)) \\ \hat{X}_u(k+1) = A_u \hat{X}_u(k) + b_u u(k) + \dots \\ \quad + L_u (y_u(k) - \hat{y}_u(k)) \\ \hat{y}_y(k) = c_y^T \hat{X}_y(k) \\ \hat{y}_u(k) = c_u^T \hat{X}_u(k) \\ \hat{y}(k) = \hat{y}_y(k) + \hat{y}_u(k) \end{array} \right. \quad (11)$$

La relation (11) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_y(k+1) = (A_y - L_y c_y^T) \hat{X}_y(k) + \dots \\ \quad + b_y \hat{y}(k) + L_y y_y(k) \\ \hat{X}_u(k+1) = (A_u - L_u c_u^T) \hat{X}_u(k) + \dots \\ \quad + b_u \hat{y}(k) + L_u y_u(k) \\ \hat{y}_y(k) = c_y^T \hat{X}_y(k) \\ \hat{y}_u(k) = c_u^T \hat{X}_u(k) \\ \hat{y}(k) = \hat{y}_y(k) + \hat{y}_u(k), \end{array} \right. \quad (12)$$

où L_y et L_u sont deux vecteurs colonnes, de dimension M , qui représentent respectivement le gain de l'observateur des défauts de capteur OBS_O et le gain de l'observateur des défauts d'actionneur OBS_I .

- $\hat{X}_y \in \mathfrak{R}^N$ et $\hat{X}_u \in \mathfrak{R}^N$ sont les vecteurs estimés du vecteur des sorties des filtres appliquées respectivement sur la sortie et l'entrée du modèle ARX.
- $\hat{y} \in \mathfrak{R}^M$ est le vecteur estimé de la sortie du modèle ARX-Laguerre.
- $\hat{y}_y \in \mathfrak{R}^N$ et $\hat{y}_u \in \mathfrak{R}^N$ sont les vecteurs estimés de la

décomposition de la sortie du modèle ARX-Laguerre.

Le problème lié à la synthèse du bi-observateur se pose dans les termes suivants :

- Il faut s'assurer avant la synthèse des observateurs OBS_I et OBS_O que les valeurs propres des quantités matricielles $(A_u - L_u c_u^T)$ et $(A_y - L_y c_y^T)$ sont dans le cercle unité du plan complexe afin de garantir une bonne estimation des vecteurs $\hat{X}_u(k)$ et $\hat{X}_y(k)$.
- Il s'agit d'ajuster les gains L_u et L_y des observateurs OBS_I et OBS_O de telle sorte que l'erreur d'estimation des sorties des filtres de Laguerre, donnée par :

$$e_u(k) = X_u(k) - \hat{X}_u(k), \quad (13)$$

$$e_y(k) = X_y(k) - \hat{X}_y(k), \quad (14)$$

tendent vers zéro quand k tend vers l'infini, quel que soit l'état initial du système et de l'observateur.

Si les paires (A_u, c_u^T) et (A_y, c_y^T) sont observables, alors les valeurs propres de $(A_u - L_u c_u^T)$ et $(A_y - L_y c_y^T)$ peuvent être fixées arbitrairement [12]. L'utilisateur aura une grande marge de liberté pour calculer les gains L_u et L_y . À partir des relations (13) et (14) après un développement mathématique, la dynamique de l'erreur d'estimation $e_u(k+1)$ et $e_y(k+1)$ s'écrivent :

$$e_u(k+1) = (A_u - L_u c_u^T) e_u(k), \quad (15)$$

$$e_y(k+1) = (A_y - L_y c_y^T) e_y(k). \quad (16)$$

L'objectif est de déterminer les gains des observateurs OBS_I et OBS_O de manière à assurer la convergence vers zéro des erreurs d'estimations. Dans [9, 13] les auteurs fournissent des conditions de convergence de l'erreur d'estimation.

THÉORÈME. *L'observateur (11) est asymptotiquement stable, s'il existe une matrice de Lyapunov commune symétrique et définie positive P vérifiant les inégalités suivante :*

$$(A_u - L_u c_u^T)^T P + P (A_u - L_u c_u^T) < 0, \quad (17)$$

$$(A_y - L_y c_y^T)^T P + P (A_y - L_y c_y^T) < 0. \quad (18)$$

3.3. AMÉLIORATION DES PERFORMANCES DU BI-OBSERVATEUR

Les conditions de stabilité données par les théorèmes garantissent la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro c'est-à-dire la convergence du bi-observateur, mais n'introduisent aucun effet sur sa vitesse de convergence.

Pour assurer une convergence rapide du bi-observateur, on a recours au placement des pôles. Les pôles de l'observateur doivent se situer dans une région choisie linear matrix inequalities (LMI) du plan complexe.

Une région LMI \wp du plan complexe peut se donner par:

$$\wp = \{z \in \mathbb{C} : \alpha + \beta z + \beta^T z < 0\},$$

où $\alpha = \alpha^T$ et β sont des matrices décrivant la région. Les régions LMI sont convexes et symétriques par rapport à l'axe réel. On peut citer quelques régions usuelles comme les disques, les cônes, les demis plans, les ellipses (Fig. 3).

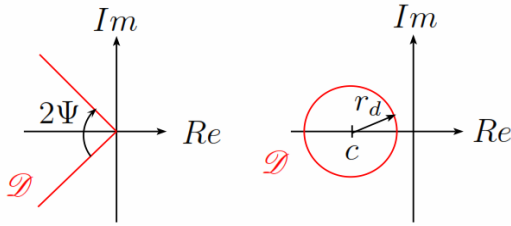


Fig. 3 – Exemples de régions LMI usuelles: cône centre à l'origine (à gauche) et disque centré sur l'axe réel (à droite).

Notons que toute intersection de région LMI est une région LMI. Cette propriété est très intéressante pour construire des régions LMI plus évoluées. Un choix courant consiste à prendre l'intersection entre un disque de centre $(0, 0)$ de rayon β et du demi-plan gauche limité par une droite d'abscisse égale à $-\alpha$ ($\alpha > 0$) [14]; le bi-observateur aura leurs valeurs propres dans cette région s'il existe une matrice commune \mathbf{P} symétrique et définie positive telle que :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} -\beta\mathbf{P} & (\mathbf{A}_u - \mathbf{L}_u\mathbf{c}_u^T)^T \mathbf{P} \\ \mathbf{P}(\mathbf{A}_u - \mathbf{L}_u\mathbf{c}_u^T) & -\beta\mathbf{P} \end{pmatrix} < 0 \\ \begin{pmatrix} -\beta\mathbf{P} & (\mathbf{A}_y - \mathbf{L}_y\mathbf{c}_y^T)^T \mathbf{P} \\ \mathbf{P}(\mathbf{A}_y - \mathbf{L}_y\mathbf{c}_y^T) & -\beta\mathbf{P} \end{pmatrix} < 0 \\ (\mathbf{A}_u - \mathbf{L}_u\mathbf{c}_u^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A}_u - \mathbf{L}_u\mathbf{c}_u^T) + 2\alpha\mathbf{P} < 0 \\ (\mathbf{A}_y - \mathbf{L}_y\mathbf{c}_y^T)^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(\mathbf{A}_y - \mathbf{L}_y\mathbf{c}_y^T) + 2\alpha\mathbf{P} < 0 \end{cases}, \quad (19)$$

avec α et β , sont les paramètres qui caractérisent le plan LMI. Pour plus de détails sur l'amélioration des performances des observateurs par placement de pôles, le lecteur peut se référer au travaux [14, 15].

Les relations (19) sont non linéaires par rapport aux variables \mathbf{P} , \mathbf{L}_u et \mathbf{L}_y . Pour les résoudre à travers les outils de résolution des LMI, on considère le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_u &= \mathbf{P}\mathbf{L}_u \\ \mathbf{G}_y &= \mathbf{P}\mathbf{L}_y \end{aligned} \quad (20)$$

Les inégalités (19) s'écrivent après le changement de variables :

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} -\beta\mathbf{P} & \mathbf{A}_u^T \mathbf{P} - (\mathbf{c}_u^T)^T \mathbf{G}_u \\ \mathbf{P}\mathbf{A}_u - \mathbf{G}_u\mathbf{c}_u^T & -\beta\mathbf{P} \end{pmatrix} < 0 \\ \begin{pmatrix} -\beta\mathbf{P} & \mathbf{A}_y^T \mathbf{P} - (\mathbf{c}_y^T)^T \mathbf{G}_y \\ \mathbf{P}\mathbf{A}_y - \mathbf{G}_y\mathbf{c}_y^T & -\beta\mathbf{P} \end{pmatrix} < 0 \\ \mathbf{A}_u^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_u + (\mathbf{c}_u^T)^T \mathbf{G}_u^T + \mathbf{G}_u\mathbf{c}_u^T + 2\alpha\mathbf{P} < 0 \\ \mathbf{A}_y^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_y + (\mathbf{c}_y^T)^T \mathbf{G}_y^T + \mathbf{G}_y\mathbf{c}_y^T + 2\alpha\mathbf{P} < 0 \end{cases} \quad (21)$$

Les outils classiques de résolution de LMI permettent de résoudre les inégalités (21), ce qui mène à retrouver les matrices inconnues \mathbf{P} , \mathbf{G}_u et \mathbf{G}_y . La déduction de la valeur de \mathbf{L}_u et \mathbf{L}_y est ensuite évidente en utilisant la formule :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_u &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}_u \\ \mathbf{L}_y &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{G}_y. \end{aligned} \quad (22)$$

4. GÉNÉRATION DES RÉSIDUS À BASE DE BI-OBSERVATEUR POUR LE DIAGNOSTIC

La génération des résidus consiste à utiliser les observateurs \mathcal{OBS}_I et \mathcal{OBS}_O pour reconstruire les sorties décomposées \mathbf{y}_u , \mathbf{y}_y du modèle ARX-Laguerre et faire une comparaison avec les sorties réelles.

Les résidus indicateurs de défauts sont les erreurs d'estimation des sorties. Figure 2 représente la structure de bi-observateur pour la détection et la localisation des défauts de capteur et/ou d'actionneur.

Pour réussir la détection et la localisation des défauts, il faut structurer les résidus; c'est à dire il faut que chaque résidu soit sensible à un type de défaut et insensible à l'autre. Pour ce fait, on a structuré un type particulier d'observateur pour les modèles ARX-Laguerre qu'on lui a appelé un bi-observateur.

Cette structure est composée de deux observateurs \mathcal{OBS}_I et \mathcal{OBS}_O :

- \mathcal{OBS}_I est piloté par l'entrée $\mathbf{u}(k)$ et la sortie décomposée $\mathbf{y}_u(k)$, il est sensible aux défauts d'actionneur.

- \mathcal{OBS}_O est piloté par la sortie du modèle ARX-Laguerre $\mathbf{y}(k)$ et la sortie décomposée $\mathbf{y}_y(k)$, il est sensible aux défauts de capteur.

En analysant les résidus générés par le bi-observateur, les défauts affectant le système peuvent être détectés au moment opportun. Après la détection, il est indispensable de décider sur quel composant est apparu le défaut; c'est l'étape de localisation des défauts.

Les résidus sont notés et calculés de la manière suivante :

- \mathbf{R}_y . Résidu calculé en utilisant l'erreur d'estimation entre la première sortie décomposée $\mathbf{y}_y(k)$ et son estimée $\hat{\mathbf{y}}_y(k)$.

$$\mathbf{R}_y(k) = y_y(k) - \hat{y}_y(k). \quad (23)$$

• \mathbf{R}_u . Résidu calculé en utilisant l'erreur d'estimation entre la deuxième sortie décomposée $y_u(k)$ et son estimée $\hat{y}_u(k)$

$$\mathbf{R}_u(k) = y_u(k) - \hat{y}_u(k). \quad (24)$$

• \mathbf{R} . Résidu calculé en utilisant l'erreur d'estimation entre la sortie du modèle ARX-Laguerre $y(k)$ et son estimée $\hat{y}(k)$.

$$\mathbf{R}(k) = y(k) - \hat{y}(k). \quad (25)$$

5. EXEMPLE

On considère le modèle ARX-Laguerre (26) dont le nombre des paramètres est $M = 6$:

$$\begin{cases} \mathbf{X}(k+1) = \begin{pmatrix} 0.74 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.74 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.33 & 0.45 & 0.74 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.39 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.85 & 0.39 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.33 & 0.85 & 0.39 \end{pmatrix} \mathbf{X}(k) + \begin{pmatrix} 0.67 \\ -0.49 \\ 0.37 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} y(k) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.92 \\ -0.36 \\ 0.14 \end{pmatrix} u(k) \\ y(k) = (-0.2856 \quad -0.2114 \quad 0.016 \quad -0.3416 \quad -0.7517 \quad -0.55) \mathbf{X}(k) \end{cases}, \quad (26)$$

La décomposition de (26), ramène à la représentation (2) telle que :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_y &= \begin{pmatrix} 0.74 & 0 & 0 \\ 0.45 & 0.74 & 0 \\ -0.33 & 0.45 & 0.74 \end{pmatrix}; \\ \mathbf{A}_u &= \begin{pmatrix} 0.39 & 0 & 0 \\ 0.85 & 0.39 & 0 \\ -0.33 & 0.85 & 0.39 \end{pmatrix} \quad \mathbf{b}_y = \begin{pmatrix} 0.67 \\ -0.49 \\ 0.37 \end{pmatrix}; \\ \mathbf{b}_u &= \begin{pmatrix} 0.92 \\ -0.36 \\ 0.14 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c}_y = \begin{pmatrix} -0.2856 \\ -0.2114 \\ 0.016 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c}_u = \begin{pmatrix} -0.3416 \\ -0.7517 \\ 0.55 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

L'entrée $u(k)$ appliquée au système est donnée par Fig. 4.

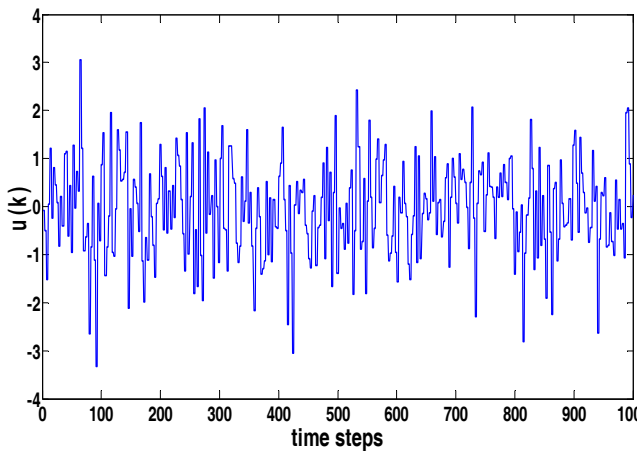


Fig. 4 – Signal d'entrée $u(k)$.

Deux défauts de type biais affectent le système dans deux intervalles de temps différents. Un défaut affecte le capteur pendant l'intervalle [201 400] et un autre affecte

l'actionneur pendant l'intervalle [601 800]. Les défauts sont illustrés en Fig. 5.

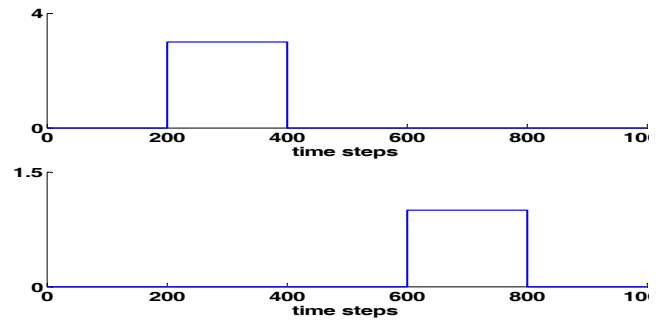


Fig. 5 – Défauts affectant le système.

La sortie du système est défectueuse dans ces deux intervalles de temps. Figure 6 montre la sortie délivrée par le système.

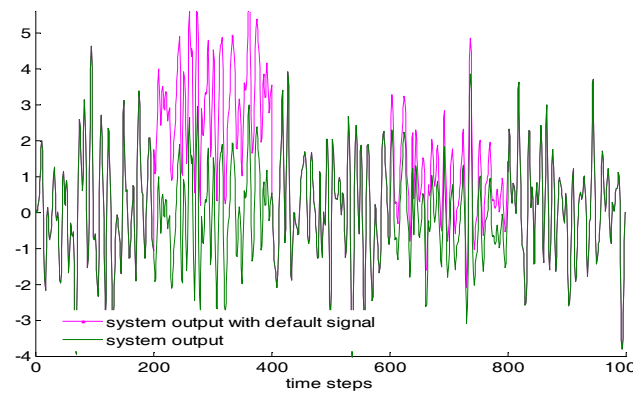


Fig. 6 – Sortie du système avec défaut.

On propose d'appliquer le bi-observateur (11) afin de détecter et localiser les défauts. Les gains L_u et L_y des observateurs OBS_T et OBS_O sont calculés, tout en

respectant la règle de stabilité de l'observateur et la règle de convergence de l'erreur d'estimation.

Afin de garantir un marge de stabilité suffisant et sûr, on choisit les paramètres de la région LMI $\beta = 0.5$ et $\alpha = -1$.

Les valeurs du gain des observateurs OBS_I , OBS_O sont :

$$\mathbf{L}_y = \begin{bmatrix} 82 \\ 1324 \\ 19089 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_u = \begin{bmatrix} -0.1533 \\ -0.8425 \\ -0.895 \end{bmatrix}$$

Après synthèse des gains, le bi-observateur est capable de délivrer une estimation des sorties \hat{y}_u et \hat{y}_y et de les comparer par la suite avec y_u et y_y afin de détecter tout défaut affectant le modèle.

Figure 7 illustre y_u et y_y et leurs estimées.

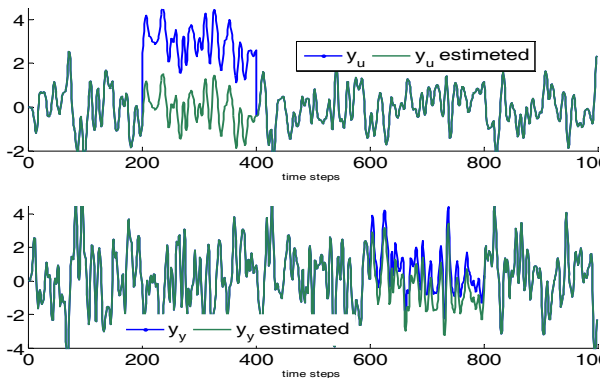


Fig. 7– Sortie décomposée et son estimée.

Le résidu \mathbf{R} calculé en utilisant l'erreur d'estimation entre la sortie du modèle ARX-Laguerre $y(k)$ et son estimée $\hat{y}(k)$ est illustré en Fig. 8.

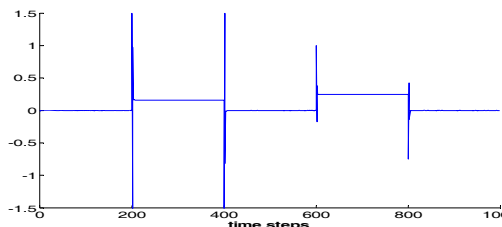


Fig. 8 - Résidu \mathbf{R} .

L'indicateur de défaut \mathbf{R} détecte la présence d'un défaut aux temps considérés. Le signal généré ne donne aucune idée sur la source des défauts, d'où le besoin à un bi-observateur s'impose.

Figure 9 montre les signaux des résidus \mathbf{R}_y et \mathbf{R}_u calculés en fonction des variables estimées délivrées par les observateurs OBS_I et OBS_O .

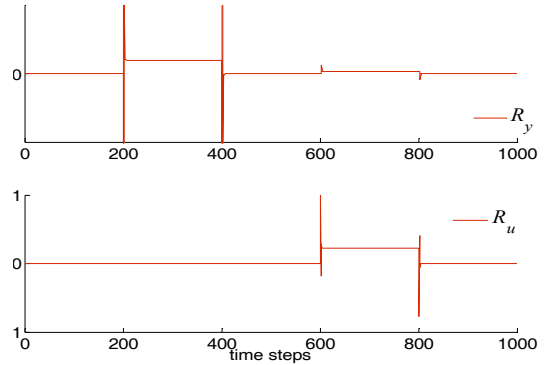


Fig. 9 – Résidus \mathbf{R}_y et \mathbf{R}_u .

Avec cette manière, on a eu deux signaux, chacun d'eux est sensible à un défaut particulier. Le signal résiduel \mathbf{R}_y indique un défaut de capteur dans l'intervalle de temps considéré, de même avec le deuxième résidu \mathbf{R}_u qui s'éloigne significativement de zéro pour signaler un défaut d'actionneur au moment opportun.

Il s'avère que le bi-observateur avec sa structure particulière résout le problème de détection et de localisation des défauts affectant un système représenté par un modèle ARX-Laguerre.

6. CONCLUSIONS

La méthode proposée consiste à décomposer le modèle ARX-Laguerre en deux sous-modèles afin d'isoler les composants qui proviennent de l'entrée et celles qui proviennent de la sortie. À partir de la nouvelle représentation, on propose une structure particulière d'observateur (appelé bi-observateur) qui reconstruit les sorties des filtres de Laguerre dans deux vecteurs indépendants. Le premier vecteur contient les sorties estimées obtenues à partir de la connaissance de la sortie du système, le second est obtenu à partir de la connaissance de l'entrée du système. Après classement des variables estimées issues de l'entrée et de la sortie du système, deux résidus sont calculés comme étant la différence entre les grandeurs réelles et leurs estimées. L'un des deux résidus est sensible aux défauts de capteur et insensible aux défauts d'actionneur, et inversement avec l'autre résidu.

Dans [7], il a été montré que l'utilisation d'un observateur unique pour le diagnostic à base d'un modèle ARX-Laguerre permet la détection des défauts (d'actionneur et de capteur), mais non pas leur localisation. Dans le présent travail, le problème de localisation est résolu avec la proposition de la nouvelle structure d'observateur. L'exemple traité dans ce papier a montré la capacité du bi-observateur à estimer les vecteurs des sorties de filtre de Laguerre et à détecter et localiser les défauts qui affectent le système.

Reçu le 19 mars 2016

RÉFÉRENCES

1. C. Liang, M.-F. Benkhoris, J.-C. Le Claire, M. Ait-Ahmed, *Modeling and fault detection of five-phase synchronous generator under open-phase fault mode*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Electrotechn. et Energ., **61**, pp. 250–254 (2016).
2. H. Baïkeche, *Diagnostic des systèmes linéaires en boucle fermée*, PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Lorraine-INPL, 2007.

3. K. Bouzrara, T. Garna, J. Ragot, H. Messaoud, *Online identification of the ARX model expansion on Laguerre orthonormal bases with filters on model input and output*, International Journal of Control, **86**, pp. 369–385 (2013).
4. K. Bouzrara, T. Garna, J. Ragot, H. Messaoud, *Decomposition of an ARX model on Laguerre orthonormal bases*, ISA transactions, **51**, pp. 848–860, (2012).
5. S. Adaily, T. Garna, A. Mbarek, H. Messaoud, *Identification of nonlinear systems by the new representation ARX-Laguerre decoupled multimodel*, Presented at the International Conference on Electrical Engineering and Software Applications, Tunisia, 2013.
6. N. Dehmani, K. Bouzrara, T. Garna, H. Messaoud, *Model Predictive Control based on the ARX-Laguerre model*, Presented at the International Conference on Control, Decision and Information Technologies, Hammamet, Tunisia, 2013.
7. H. Bedoui, T. Garna, K. Ben Othman, H. Messaoud, *Design of a Proportional Observer Based on the ARX-Laguerre Model*, Studies in Informatics and Control, **24**, pp. 471–476 (2015).
8. K. Bouzrara, T. Garna, W. Arfaoui, H. Messaoud, *Développement du Modèle Bilineaire sur les bases orthogonales de Laguerre*, Conférence Internationale Francophone d'Automatique (CIFA), 2012.
9. K. Tanaka M. Sugeno, *Stability analysis of fuzzy systems using Lyapunov's direct method*, Proc. NAFIPS, 1990, pp. 133–136.
10. A. Mbarek, K. Bouzrara, T. Garna, J. Ragot, H. Messaoud, *Laguerre-based modelling and predictive control of multi-input multi-output systems applied to a communicating two-tank system (CTS)*, Transactions of the Institute of Measurement and Control, November 9, 2015.
11. A. El Anes, S. Maraoui, K. Bouzrara, *Optimal expansions of multivariable ARX processes on Laguerre bases via the Newton-Raphson method*, International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2015.
12. P. Borne, F. Rotella, G. Dauphin-Tanguy, I. Zambettakis, J.P. Richard, *Commande et optimisation des processus*, Collection méthodes et techniques de l'ingénieur, Editions Technip, 1990.
13. K. Tanaka, M. Sugeno, *Stability analysis and design of fuzzy control systems*, Fuzzy sets and systems, **45**, pp. 135–156 (1992).
14. M. Chadli, *Stabilité et commande de systèmes décrits par des multimodèles*, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, Vandoeuvre-les-Nancy, INPL, 2002.
15. D. Ichalal, B. Marx, J. Ragot, D. Maquin, *Conception d'observateurs pour un modèle de Takagi-Sugeno à variables de décision non mesurables*, 8^{ème} Conférence Internationale des Sciences et Techniques de l'Automatique (STA), 2007 (CDROM).

DIAGNOSTICS OF COMPLEX SYSTEMS WITH ARX-LAGUERRE MODEL

HASSENE BEDOUI, KAMEL BEN OTHMAN

Key words : Diagnostic, ARX-Laguerre, Observer, Single input single output (SISO), Fault detection and isolation (FDI)

Abstract: This study uses the ARX-Laguerre model which guarantees a large parametric reduction compared to the ARX model while representing complex linear systems. The ARX-Laguerre model is used for diagnosing systems affected by actuator and/or sensor defects. From the ARX-Laguerre representation, one has to design a particular observer, called bi-observer able to estimate Laguerre filter outputs $X(k)$ and subsequently using the estimated vectors to generate signals indicative of defects called residues. The particularity of the new observer structure is that it ensures, after detection of fault, an insulation of actuator and sensor fault. The new observer is validated by an illustrative example at the end of the paper. The bi-observer's ability to detect and locate defects has been approved.