

FILTRAGE DES SIGNAUX ECG DANS LE DOMAINE TEMPS-ECHELLE

FARID TAFININE

Mots-clé : Filtrage, Bruit, Electrocardiogramme (ECG), Seuil, Ondelettes.

Le filtrage par seuillage est l'une des applications majeures de la transformée en ondelettes (TO). Certaines méthodes remplacent les coefficients au-dessous d'un certain seuil par zéro et gardent ou rétrécissent le reste. Pour le choix du seuil, plusieurs méthodes existent. Nous présenterons deux méthodes : la première suppose le modèle de bruit blanc gaussien additif et éventuellement corrélé, cherche un seuil qui minimise la fonction de cross validation généralisée (GCV). La seconde, allège l'hypothèse de bruit gaussien, violée souvent en pratique, et suppose que le bruit appartient à la classe des distributions ε -contaminées, elle considère le problème comme celui d'un codage où la longueur du code doit être minimisée. Cette dernière conduit à un seuil qui minimise le critère *minimum description length* MMDL et permet d'éliminer les intrus tels que les queues du bruit Laplacien dans un bruit gaussien. Toutes ces méthodes présentent le défaut de sur-lisser les signaux, ce qui n'est pas souhaité lors d'interprétation d'ECG de patient atteint de fibrillation par exemple. Pour y remédier, nous proposons une méthode basée sur l'estimation des exposants de Hölder afin de restaurer l'information perdue lors du seuillage.

1. INTRODUCTION

Vers 1880, E. Marey a montré que l'activité électrique du cœur pouvait être suivie à partir de la peau, et W. Einthoven enregistra le premier signal électro-cardiographique (ECG) vers 1890. Étant invasif, l'ECG est devenu le meilleur moyen pour évaluer l'activité cardiaque. L'examen de sa forme (amplitude, fréquence, durée,...) permet le diagnostic des maladies cardiaques. Les ECG enregistrés sont le plus souvent sujet à des perturbations externes aux patients, *i.e.*, inhérentes à la chaîne et au procédé d'acquisition, ce qui peut être à l'origine de gravissimes erreurs d'interprétations [1]. Le prétraitement des ECG, essentiellement le filtrage, constitue alors une étape inévitable avant toute lecture. L'ECG d'un cœur sain (Fig. 1) possède une forme particulière où chaque composante (ventricule, oreillette) a sa propre signature [2] :

- onde P : systole auriculaire;
- ondes Q, R et S : systole ventriculaire ;
- onde T : repolarisation ventriculaire.

Le but de ce travail est d'exposer quelques méthodes de filtrage basées sur la transformation en ondelettes, plus particulièrement les méthodes GCV et MMDL. Nous proposerons ensuite un nouveau schéma de filtrage qui permet, dans certains cas, de récupérer l'information utile perdue par ces deux méthodes.

Dans le cas général, nous pouvons penser que les méthodes GCV et MMDL sont suffisantes, car l'ECG est naturellement un signal basse fréquence, donc lisse. Par là, il est donc inutile de chercher à récupérer des détails qui sont essentiellement des hautes fréquences, donc du bruit. Mais il est plus subtil de considérer le cas de la fibrillation auriculaire (Fig. 2) pour justifier le choix des exposants de Hölder, car l'activité du myocarde au niveau des oreillettes est complètement désorganisée : on n'observe pas donc d'activité auriculaire précise mais un bruit permanent [1, 2]. Ce que nous devons souligner ici c'est que ce bruit est du signal propre et ne convient pas d'être éliminé.

Plusieurs méthodes, basées sur la manipulation des coefficients en ondelettes, ont émergé. Elles correspondent à une opération de classification binaire :

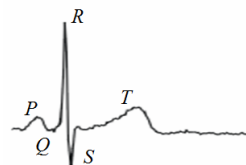


Fig. 1 – Le signal ECG.

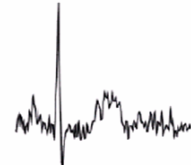


Fig. 2 – Fibrillation auriculaire.

Les coefficients sont classés en deux groupes. Le premier contiendra les coefficients dits « réguliers » dus au signal propre. Le second contiendra ceux catalogués comme du bruit pur. Plusieurs critères de classification sont possibles, nous citons les méthodes basées sur :

1) Le calcul des exposants de Hölder, elles proposent que le bruit soit moins régulier que les signaux naturels donc caractérisé par des exposants plus petits [3].

2) La valeur absolue des coefficients comme mesure de régularité : les coefficients d'amplitudes les plus importants sont les plus réguliers [4].

Le présent travail traite des méthodes basées sur ces deux critères, celles basées sur le deuxième sont dites par seuillage. Deux types de seuillage existent [5, 6] :

a. Le seuillage soft Si un coefficient du signal de l'observation est inférieur à un certain seuil, il est considéré comme étant du bruit pur et est remplacé par zéro, sinon il est rétréci de la valeur du seuil (Fig. 3a)

$$\begin{cases} \delta C_i^Y = \text{sgn}(C_i^Y) (|C_i^Y| - \delta), & \text{si } |C_i^Y| \geq \delta \\ \delta C_i^Y = 0, & \text{si } |C_i^Y| < \delta \end{cases} \quad (1)$$

b. Le seuillage hard Si un coefficient du signal de l'observation est inférieur à un certain seuil, il est considéré comme étant du bruit pur et est remplacé par zéro, sinon il est gardé tel qu'il est (Fig. 3b).

$$\begin{cases} \delta C_i^Y = C_i^Y & \text{si } |C_i^Y| \geq \delta \\ \delta C_i^Y = 0, & \text{si } |C_i^Y| < \delta \end{cases} \quad (2)$$

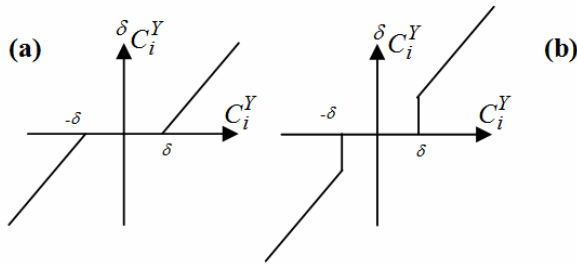


Fig. 3 – Différent type de seuillage : a) soft ; b) hard.

Les méthodes par seuillage ont le schéma commun suivant [3, 7] :

- Calculer la TO du signal de l'observation.
- Appliquer le seuillage (hard ou soft) aux coefficients obtenus en (a).
- Calculer la TO inverse sur les coefficients modifiés pour obtenir le signal filtré.

Une question naturelle se pose cependant : comment est-elle choisie la valeur du seuil ? Aux échelles fines de la décomposition, Les méthodes GCV et MMDL éliminent beaucoup d'information sur le signal propre. En se basant sur la notion d'exposant de Hölder, nous avons proposé un schéma de filtrage par lequel il est possible de récupérer l'information perdue.

2. LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTE DISCRÈTE

La transformation en ondelettes discrète (TOD) est une opération linéaire qui décompose un signal f en une somme pondérée de fonctions de base $\psi_{j,k}$ [8] :

$$f(t) = \sum_{j,k \in \mathbb{Z}} C_{j,k} \psi_{j,k}(t), \quad (3)$$

où $C_{j,k}$ sont les coefficients en ondelettes du signal f , obtenus par la projection de celui-ci sur la base $\{\psi_{j,k} : j,k \in \mathbb{Z}\}$:

$$C_{j,k} = \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi_{j,k}(t) dt. \quad (4)$$

Les fonctions de base $\psi_{j,k}$ sont obtenues par des dilatations (compressions) de 2^j et des translations de k de l'ondelette mère ψ [5, 8], comme suit :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{-j} \psi(2^{-j}t - k). \quad (5)$$

Si l'on fixe j et que l'on somme sur k en (3), on obtiendrait les fonctions de détails hautes fréquences D_j à chaque niveau de résolution j [5] :

$$D_j(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} C_{j,k} \psi_{j,k}(t). \quad (6)$$

De là, il est clair que f est la somme de toutes les fonctions de détails :

$$f(t) = \sum_j D_j(t). \quad (7)$$

Pour une décomposition jusqu'à l'échelle $j=J$, on obtient les détails fins pour $j \leq J$ et les détails grossiers pour $j > J$ groupés en une seule composante A_J dite approximation de f à l'échelle J :

$$A_J(t) = \sum_{j > J} D_j(t). \quad (8)$$

En d'autres termes [5–8] :

$$f(t) = A_J + \sum_{j < J} D_j. \quad (9)$$

En 1989, S. Mallat a proposé un algorithme rapide, dit pyramidal. À partir de f , le premier détail D_1 et la première approximation A_1 sont calculés, puis à partir de A_1 , on obtient A_2 et D_2 et ainsi de suite [9].

3. POSITION DU PROBLÈME

Le but recherché est de retrouver le signal f , déterministe mais inconnu, noyé dans un bruit n après avoir observé le signal y . Le modèle d'observation est [9] :

$$y(k) = f(k) + n(k), \quad k = 1, \dots, N. \quad (10)$$

Du fait de sa linéarité, la TOD de y s'écrit :

$$C_i^y = C_i^f + C_i^n, \quad i = 1, \dots, N. \quad (11)$$

Le problème de filtrage dans le domaine temporel est ramené à un problème dans le domaine ondelettes : écarter les coefficients C_i^n du bruit, ne garder que les coefficients C_i^f représentant le signal propre [7, 10].

4. FILTRAGE PAR SEUILLAGE

Les méthodes de filtrage par seuillage propose de trouver le seuil δ qui optimise un certain critère $C(f, \hat{f}_\delta)$ avec \hat{f}_δ l'estimé de f . Par exemple, l'estimateur *Stein unbiased risk estimate* (SURE), proposé par Donoho et Johnstone [11], choisit un seuil qui minimise la fonction risque $R(\delta)$

$$R(\delta) = R(f, \hat{f}_\delta) = E \left\{ \|f - \hat{f}_\delta\|^2 \right\}. \quad (12)$$

Soit $\delta = \arg \min_{\delta} \{R(\delta) : \delta \in \mathfrak{R}^+\}$.

Puisque f est inconnu, il est impossible de minimiser la fonction risque R . La solution est d'utiliser un estimateur de cette fonction.

4.1. FILTRAGE PAR LA MÉTHODE GCV

On considère le problème posé avec les hypothèses suivantes : le bruit est blanc gaussien, de variance σ^2 , de

réalisations indépendantes et identiquement distribuées $n(k) \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma)$. Après le seuillage des coefficients de l'observation, on obtient les coefficients modifiés sur lesquels l'application de la TOD inverse donne le signal filtré. La valeur du seuil est choisie de sorte à minimiser la fonction GCV [4] :

$$\text{GCV}(\delta) = \left(\frac{1}{N} \left\| \delta C_i^y - C_i^y \right\|^2 \right) / \left| \frac{N_0}{N} \right|^2, \quad (13)$$

où N_0 est le nombre de coefficients remplacés par zéro et N le nombre de coefficients total. Soit $\delta^* = \arg \min_{\delta} \{ \text{GCV}(\delta) : \delta \in \mathfrak{R}^+ \}$.

Le théorème suivant montre que la méthode est asymptotiquement optimale, i.e., lorsque N est grand, le seuil δ^* minimise également la fonction risque [4] :

$$R(\delta) = E \left\{ \left\| f - \hat{f}_{\delta} \right\|^2 \right\}.$$

THÉORÈME : Si $\delta^* = \arg \min_{\delta} \{ \text{GCV}(\delta) : \delta \in \mathfrak{R}^+ \}$ et $\tilde{\delta} = \arg \min_{\delta} \{ R(\delta) : \delta \in \mathfrak{R}^+ \}$, alors $E \{ R(\tilde{\delta}) \} / E \{ R(\delta^*) \} \rightarrow 1$, lorsque $N \rightarrow \infty$.

Au voisinage de δ^* [4], on a : $E \{ \text{GCV}(\delta) \} = E \{ R(\delta) \} + \sigma^2$.

L'estimateur GCV est construit autour du fait qu'un estimateur du risque R est [3] :

$$\text{SURE}(\delta) = \frac{1}{N} \left\| \delta C_i^y - C_i^y \right\|^2 + \frac{N - 2N_0}{N} \sigma^2. \quad (14)$$

Lorsque le taux du bruit est différent pour chaque coefficient, il est clair que cette méthode échoue, c'est le cas d'un bruit corrélé. La procédure GCV a été modifiée selon le lemme suivant :

LEMME. Si $C_{i,j}^n$ est un coefficient en ondelettes d'un bruit n à la position i , à la résolution j , alors sa variance ne dépend que de j .

Ce lemme [5] suggère d'utiliser à chaque niveau de résolution un seuil différent, choisi de sorte à minimiser la fonction GCV modifiée :

$$\text{GCV}_j(\delta_j) = \left(\frac{1}{N_j} \left\| \delta C_{i,j}^y - C_{i,j}^y \right\|^2 \right) / \left| \frac{N_{0j}}{N_j} \right|^2. \quad (15)$$

Soit [4, 5] : $\delta_j^* = \arg \min_{\delta_j} \{ \text{GCV}_j(\delta_j) : \delta_j \in \mathfrak{R}^+ \}$.

4.2. FILTRAGE PAR LA MÉTHODE MMDL

L'hypothèse du bruit gaussien est souvent violée en pratique, il y a souvent des intrus, i.e., des contaminations non gaussiennes ce qui rend la procédure GCV non robuste. Pour relaxer l'hypothèse de bruit non gaussien, la méthode MMDL suppose la distribution du bruit π dans la classe des distributions ε contaminées :

$$P_{\varepsilon} = \{ \pi(c) : \pi(c) = (1 - \varepsilon) \Phi(c) + \varepsilon G(c) ; G \in \Gamma \}, \quad (16)$$

où Φ est une distribution normale de moyenne zéro et de variance σ^2 et Γ une classe de distributions plus ou moins grande [4]. La stratégie adoptée est de considérer le problème comme celui du codage de données dont l'efficacité est mesurée par sa longueur quantifiée par le critère MDL. Ce critère est essentiellement la différence entre deux termes [4, 5] : une fonction de vraisemblance et un terme de pénalité sur la complexité du code. La représentation est considérée correcte lorsque cette différence est minimisée. La valeur moyenne du critère MDL est égale à un terme d'entropie plus un terme de pénalité. En accord avec le critère minimax, on cherche la distribution la moins favorable, i.e., qui maximise le risque et le critère MDL. i.e., on résout un problème où l'entropie est maximisée sur toutes les distributions dans P_{ε} tandis que la longueur du code est minimisée sur tous les estimateurs. Le critère minimax est une assurance au sens où l'on cherche à minimiser les pertes dans le cas le plus défavorable. La distribution la moins favorable est gaussienne au centre et laplacienne aux extrémités :

$$\pi_0(c) = \begin{cases} (1 - \varepsilon) \varphi_{\sigma}(a) e^{\frac{ac + a^2}{\sigma^2}} & c \leq -a \\ (1 - \varepsilon) \varphi_{\sigma}(a) & -a \leq c \leq a \\ (1 - \varepsilon) \varphi_{\sigma}(a) e^{-\frac{ac + a^2}{\sigma^2}} & a \leq c \end{cases}, \quad (17)$$

où φ_{σ} est une distribution normale centrée de variance σ^2 . Le paramètre a est relié à ε par la relation suivante :

$$2 \left(\frac{\varphi_{\sigma}(a)}{a/\sigma^2} - \varphi_{\sigma}(-a) \right) = \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}.$$

Pour certaines valeurs de i , les coefficients C_i^y sont complètement du bruit. Sur ce, les coefficients sont réarrangés en $C^N = \{ C_1^y, C_2^y, \dots, C_K^f, \dots, C_N^y \}$ tel que :

$$C_i^y = \begin{cases} C_i^f + C_i^n, & i \leq K \\ C_i^n, & i \geq K \end{cases} \quad (18)$$

Les coefficients obéissent alors à la distribution $\pi_0(c - C_i^f)$ pour $i \leq K$ et à $\pi_0(c)$ ailleurs. La fonction de vraisemblance correspondante est [6] :

$$\ell(C^N; K) = \prod_{i \leq K} \pi_0(C_i^y - C_i^f) \prod_{i > K} \pi_0(C_i^y). \quad (19)$$

Lorsque, la fonction de vraisemblance est maximale elle devient :

$$\ell^*(C^N; K) = \prod_{i \leq K} \pi_0(0) \prod_{i > K} \pi_0(C_i^y)$$

et le critère MDL correspondant est donné par :

$$\mathfrak{J}(C^N; K) = -\log \ell^*(C^N; K) + K \log N.$$

Minimiser cette fonction revient à minimiser

$$\tilde{\mathfrak{J}}(C^N; K) = \frac{1}{2\sigma^2} \sum \eta(C_i^y) + K \log N.$$

Ceci est atteint par le schéma de seuillage suivant [4, 5] :

1. $\log N > \frac{a^2}{2\sigma^2}$: $C_i^y = 0$ si $|C_i^y| \leq \frac{a}{2} + \frac{\sigma^2 \log N}{a}$.
2. $\log N \leq \frac{a^2}{2\sigma^2}$: $C_i^y = 0$ si $|C_i^y| \leq \sigma\sqrt{2 \log N}$.

Remarques :

1. Lorsque $\sigma^2 \rightarrow 0$, c'est le cas 2. les coefficients ne sont jamais tronqués : c'est le cas sans bruit.
2. Lorsque $\sigma^2 \rightarrow \infty$, le rapport signal bruit (SNR) tend vers zéro. Le meilleur estimé de f est zéro.
3. Lorsque $a \rightarrow \infty$, π_0 tend vers une gaussienne, c'est le cas 2, et justement ça correspond au seuil universel de Donoho et Johnstone prévu pour ce cas.
4. Lorsque $a \rightarrow 0$, π_0 tend vers une laplacienne, la procédure se réduit au cas 2.

4.3. MÉTHODE DE FILTRAGE PROPOSÉE

Le problème majeur des méthodes de filtrage par seuillage, c'est qu'elles ont tendance à sur-lisser le signal. A l'échelle la plus fine, la méthode GCV engendre un seuil qui est généralement égal à la valeur du plus grand coefficient; la méthode MMDL utilise un seuil proportionnel à la taille N de l'observation (grande). Pour y remédier, nous proposons un nouveau schéma basé sur la propriété de persistance des coefficients à travers les échelles et sur la notion d'exposant de Hölder.

Définition [3]. Soit $n < \alpha < n+1$, $n \in \mathbb{N}$, une fonction f est dite *Lipschitz- α* en x_0 s'il existe deux constantes A et h_0 et un polynôme p_n d'ordre n , tel que pour tout $h < h_0$:

$$|f(x_0 + h) - p_n(x)| = A|h|^\alpha.$$

Le signal sous-jacent est plus régulier que le bruit, il est caractérisé par des exposants de Hölder α positifs car le pire des irrégularités est une discontinuité d'exposant $\alpha = 0$. Le bruit blanc gaussien est irrégulier, ses exposants, en tout point, ont la forme : $-(1/2) - \varepsilon$ pour tout $\varepsilon > 0$ [3]. Il y a lieu de garder à l'échelle la plus fine tout coefficient ayant un exposant positif. Ce dernier est estimé, à l'échelle j et à la position k , par :

$$\alpha = -\log \left(\frac{1}{2} \left| \frac{D_{j,k}}{D_{j+1,k}} \right| \right). \quad (20)$$

Soit alors le nouveau schéma de filtrage :

- a. Calculer la TO du signal de l'observation.
- b. Appliquer le seuillage (soft ou hard).
- c. Récupérer les coefficients signal à l'échelle la plus fine ($j = 1$) en estimant les exposants de Hölder.
- d. Calculer la TO inverse des coefficients modifiés.

5. RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Nous avons testé les performances sur plusieurs ECG affecté par un bruit additif :

- Blanc et gaussien corrélé de moyenne nulle et de variance σ^2 .
- Purement Laplacien de variance σ^2 .

Figures 4 et 5 montrent un rehaussement de la qualité visuelle des ECG. Les tableaux 1 et 2 montrent que la GCV est plus adaptée au filtrage du bruit blanc gaussien que la MMDL. Le seuil impliqué par cette dernière est équivalent au seuil de Donoho et Johnstone (assez élevé) et beaucoup d'information due au signal propre est ainsi perdue. Dans le cas de bruit laplacien, la GCV échoue, la MMDL offre de meilleurs résultats (Tableaux 3 et 4). La figure 5 montre qu'il est difficile d'éliminer les queues lourdes du bruit laplacien par la GCV, ce qui la rend non robuste. La méthode proposée offre des résultats nettement meilleurs dans le cas de faibles SNR (Tableau 5). L'avantage majeur de la GCV c'est qu'elle n'a guère besoin d'a priori sur l'énergie du bruit. Son inconvénient, reste le grand nombre d'échantillons dont il faut disposer. Pour un bruit purement laplacien, il convient d'utiliser la MMDL, qui assume l'élimination des queues lourdes de bruit laplacien. Le problème majeur lié à l'usage de cette dernière méthode demeure la détermination de ε et de Γ .

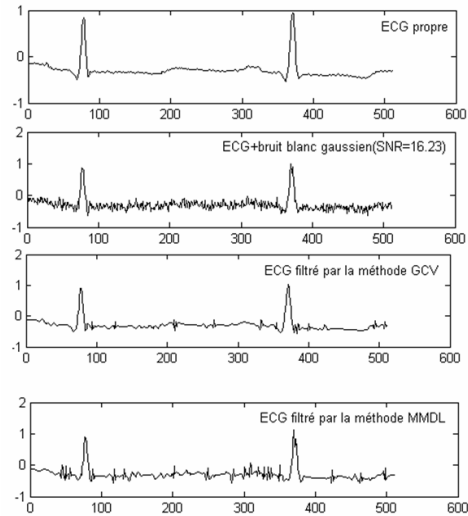


Fig. 4 – Filtrage d'ECG affecté par un bruit blanc gaussien.

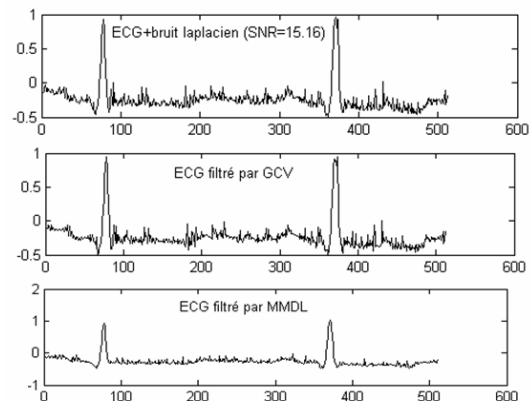


Fig. 5 – Filtrage d'ECG affecté par un bruit laplacien.

6. CONCLUSIONS

Nous avons exposé deux méthodes de filtrage basées sur la TO: la méthode GCV, qui convient à la suppression de bruits blancs gaussiens et éventuellement corrélés, la méthode MMDL plus robuste pour la suppression d'intrus tels que les queues de bruit laplacien. La première a l'avantage de ne pas avoir à estimer l'énergie du bruit et l'inconvénient du grand nombre d'échantillons dont elle a besoin. La seconde allège l'hypothèse de bruit blanc gaussien. Nous avons proposé un nouveau schéma de filtrage permettant d'améliorer le SNR et de récupérer aux échelles les plus fines les détails des ECG et leur donner un meilleur aspect visuel.

Reçu le 19 mars 2016

RÉFÉRENCES

1. M.A. Hasan, M. Mamun, M. Marfuzzaman, *Hardware approach of novel algorithm of R-Peak detection for the simultaneous measurement of fetal and maternal heart rates during pregnancy*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg., **57**, 4, pp. 432–443 (2012).
2. A.A. Dobre, A.M. Morega, M. Morega, C. M. Ipate, *Numerical simulation in electrocardiography*, Rev. Roum. Sci. Techn. – Électrotechn. et Énerg., **56**, 2, pp. 209–218 (2011).
3. S. Mallat, W.L. Hwang, *Singularity detection and processing with wavelets*, IEEE Trans. Theory, **38**, 2, pp. 617–643 (1992).
4. Q. Pan, L. Zhang, *Two denoising methods by wavelet transform*, IEEE Trans. Signal Process., **47**, 12, pp. 3401–3406 (1999).
5. Y.T. Chan, *Wavelet basics*, Kluwer Academic Publishers, USA, 1996, pp. 92–106.
6. M. Jensen, A. Bulthee, *Multiple wavelet threshold estimation by generalized cross validation for images with correlation noise*, IEEE Trans. Image Proc., **8**, 7, pp. 947–953 (1997).
7. H. Krim, I.C. Schik, *Robust wavelet thresholding for noise suppression*, ICASSP'97, USA, 1997.
8. N. Meyrich, G.T. Warhola, *Wavelet shrinkage and generalized cross validation for image denoising*, IEEE Trans. Image Proc., **7**, 1, pp. 82–90 (1998).
9. S. Mallat, *A theory for multiresolution signal decomposition : the wavelet representation*, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell., **11**, 7, pp. 674–396 (1989).
10. C. H. Chen, *Application of wavelet transforms to ultrasonic NDE and remote-sensing signal analysis*, Proceedings of IEEE-SP, Philadelphia USA, 1994.
11. D. Donoho, *Denoising by soft thresholding*, IEEE Trans. Info Theory, **41**, 3, pp. 613–627 (1995).

Tableau 1

Bruit blanc gaussien : filtrage MMDL					
SNR	36.63	17.16	6.66	2.75	−0.25
Δ_{opt}	0.07	0.33	0.77	0.98	2.35
SNR après filtrage	33.16	19.53	10.18	7.12	2.04

Tableau 2

Bruit blanc gaussien : filtrage GCV					
SNR	36.63	17.16	6.66	2.75	−0.25
δ_{opt1}	0.03	0.23	0.65	0.98	1.15
δ_{opt2}	0.02	0.11	0.62	0.85	0.86
δ_{opt3}	0.02	0.03	0.06	0.42	0.5
SNR après filtrage	35.20	20.72	13.82	10.30	5.04

Tableau 3

Bruit laplacien : filtrage GCV					
SNR	35.78	16.23	9.69	2.50	−1.41
δ_{opt1}	0.01	0.01	0.06	0.10	0.11
δ_{opt2}	0.03	0.04	0.01	0.17	0.24
δ_{opt3}	0.01	0.02	0.11	0.08	0.10
SNR après filtrage	32.68	15.13	7.57	0.26	−2.01

Tableau 4

Bruit blanc gaussien : filtrage MMDL					
SNR	35.78	16.23	9.69	2.50	−1.41
δ_{opt1}	0.03	0.13	0.42	0.56	0.51
δ_{opt2}	0.03	0.15	0.26	0.32	0.40
δ_{opt3}	0.01	0.04	0.12	0.24	0.39
SNR après filtrage	33.77	20.79	12.01	6.67	2.87

Tableau 5

Bruit blanc gaussien : filtrage par la méthode proposée					
SNR	36.63	17.16	6.66	2.75	−0.25
δ	0.08	0.31	0.68	0.88	2.25
SNR après filtrage	35.12	20.17	11.20	8.27	6.13

DENOISING OF ECG SIGNAL IN THE TIME-SCALE DOMAIN

Key words: Filtering, Noise, Electrocardiogram (ECG), Threshold, Wavelet.

Filtering by thresholding is one of the major applications of the wavelet transform (WT). Some methods replace the wavelet coefficients below a certain threshold by zeros and keep or shrink the remainder. For the choice of threshold, several methods exist. We will present in this paper two methods: the first assumes the additive Gaussian white noise model, looking for a threshold that minimizes the generalized cross validation function (GCV). The second lightens the assumption of Gaussian noise, and assumes that the noise belongs to the class of ϵ contaminated distributions, it considers the problem as that of a coding where the code length should be minimized. The latter leads to a threshold that minimizes the criterion “minimum description length MMDL”. All these methods have the drawback of over-smooth the signals, which is not desired during patient ECG interpretation reached fibrillation for example. To remedy this, we propose a new filtering scheme based on estimates of Hölder exponents to restore information lost during thresholding.